**Martin Wagenschein:**

# Der Mond und seine Bewegung

1. „Unwissenheit ist besser als Erkenntnis, die nur Vorurteil und Brille ist; und langsam selber auf eigene Erfahrung kommen, ist besser als schnell Wahrheiten, die andere Leute einsehen, durchs Auswendiglernen ins Gedächtnis bringen und, mit Worten gesättigt, den freien, aufmerksamen und forschenden Beobachtungsgeist seines eigenen Kopfes verlieren“ (PESTALOZZI).

   „Ich wäre zufrieden, wenn jeder Jüngling einige wenige mathematische oder naturwissenschaftliche Entdeckungen sozusagen miterlebt und in ihre weiteren Konsequenzen verfolgt hätte“ (MACH[1]).

   „Wir können uns heute kaum mehr vorstellen, welch ein außerordentliches Erlebnis es für die Forscher der damaligen Zeit gewesen sein muss, zu erkennen, dass die Bewegungen der Sterne und die Bewegungen der Körper auf der Erde auf ein und dasselbe einfache System von Gesetzen zurückgeführt werden können; wer nicht selbst ein wenig von der Bedeutung dieses Wunders verspürt hat, kann nie hoffen, etwas vom Geist der modernen Naturwissenschaft zu verstehen.“ (HEISENBERG[2])

2. Wer die Volksschule durchlaufen oder wer das Gymnasium in einer mittleren Klasse verlassen hatte, konnte mit diesem Geist der Naturwissenschaft wohl nur ausnahmsweise in Berührung kommen, jedenfalls nicht an dieser so entscheidenden Stelle, von welcher Heisenberg hier spricht: NEWTONS Aufklärung der Ursachen der Mondbewegung. Man gab ihr auf der Oberstufe der höheren Schule ihren Platz, eingebettet in die systematische Folge der NEWTONschen Mechanik. Das ist gewiss in Ordnung für diejenigen, welche die durch die Reifeprüfung

[1] Ernst MACH: Populärwissenschaftliche Vorlesungen; 5.Aufl.; Johann Ambrosius Barth, Leipzig 1923, S. 344

[2] Werner HEISENBERG; Wandlungen in den Grundlagen der Naturwissenschaften; S. Hirzel, Leipzig 1935, S 38.

bezeichnete Stufe erreichen wollen. Man behandelt also die Mechanik, schafft zunächst ein Fundament (Trägheitsgesetz, Grundgleichung der Mechanik), geht zur Kreisbewegung über, leitet die Formel für die Zentralbeschleunigung ab, berechnet die des Mondes und vergleicht sie mit dem auf der Erdoberfläche gültigen Wert der Schwerebeschleunigung.

So wenig hiergegen vom wissenschaftlichen Standpunkt aus etwas einzuwenden ist, in anderer Hinsicht fehlte meist etwas Wichtiges, ja das Wichtigste:

Ich hatte oft Gelegenheit, unter Schülern, die so ausgebildet waren, ein Gespräch sich entwickeln zu lassen, das gut erkennen ließ, was nun von dem Problem und seiner Lösung wirklich aufgenommen war.

In der Vorstellungs- und Denkwelt solcher Schüler findet sich gewiss eine Figur, ein Kreis mit der Erde als Mittelpunkt und dem Mond auf der Peripherie, Formeln sind bekannt und „fallen ein“, Schlüsse werden gezogen –- was alles durchaus in Richtung des Arbeitsunterrichtes geschehen sein kann –-, und das Ergebnis nicht nur, auch der Weg zu ihm, ist ohne Zweifel „verstanden“. Und doch hatten solche Kenntnisse fast immer etwas Attrappenhaftes. Denn nur wenn die Fragen des Lehrers die äußere Kontur und Politur des Gebäudes abtasten (das bei dem üblichen Zeitmangel nicht eigentlich „gewachsen“, sondern „montiert“ genannt werden muss), kommen die Antworten der Schüler glatt und richtig. - Ihre Augen glänzen vielleicht, bei den meisten aber nur, weil „es klappt“. Aber sind auch die tieferen Bereiche beteiligt? Es fehlt in ihren Augen der wache Ernst, das Zeichen schöpferischer Besitzergreifung und Ergriffenheit.

Wie sehr für sie dieser Mond ein kleiner, mit M bezeichneter Kreis aus Zeichnung oder Buch geblieben ist, wie wenig dieser Ersatz-Gegenstand aus Papier und Druckerschwärze Fühlung hat mit dem wirklichen Mond, der durch die Nächte und Gedichte der jungen Menschen geht, das zeigt sich, wenn man sie vor den Abendhimmel stellt und darauf achtet, wie sie den Anblick sehen: genau so wie ihn auch die meisten Erwachsenen noch immer aufnehmen, obwohl sie in der Schule gelernt haben, was Mond und Sonne sind. Das Sichelmöndchen, wie aus Silberpapier ausgeschnitten, rückt über die Himmelshaube, und die Sonne, Goldpapier, ihr voran, gleich weit beide von uns entfernt. Nur so sehen es fast alle und immer so. Sie haben es nicht erfahren, dass dies etwas zu tun hat mit dem, was sie in der Schule so gut gelernt haben, und dass es längst als bewältigte Voraussetzung ihm vorausgehen und dann darin stecken müsste.

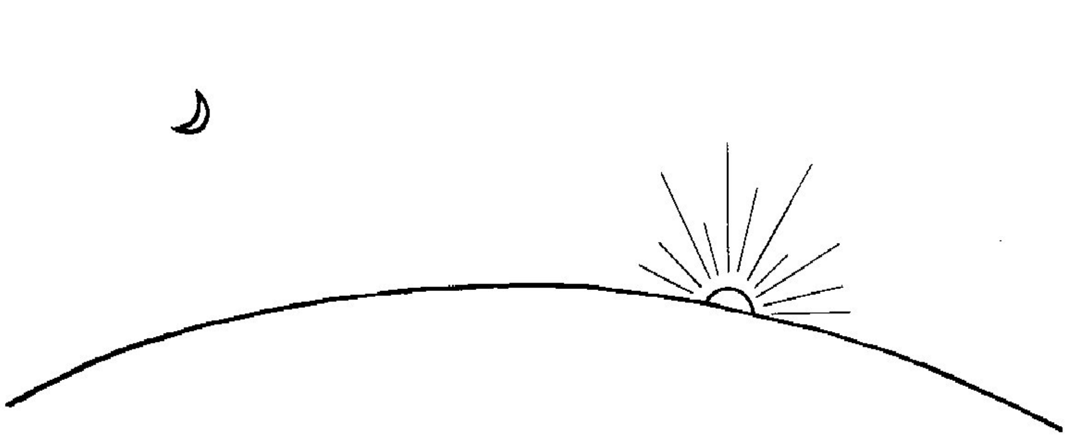


Abbildung 1

Nicht anders geht es den Erwachsenen, die unsere Schulen in den vergangenen Jahrzehnten besucht haben; auch diese „Gebildeten“ (wie wir sagten), sie hatten gelernt, der Mond sei eine nahe, an sich dunkle Kugel, die Sonne eine sehr ferne, der Mond laufe um, dies bewirke die Gravitation ($f \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$): dies alles zu wissen und immer noch die Sichel neben der Sonnenscheibe zu sehen; nicht zu sehen: (Abb. 1) die silberne Sichel als dunkle Kugel im fernher strahlenden Licht der tief hinter ihr im Raum horstenden Sonne; niemals erfahren zu haben, dass man hier ja sieht, dass die Sonne soviel weiter von uns liegt als der Mond, ja, dass man die Tiefe ihres Abstandes schätzen kann am bloßen Anblick; dafür aber soviel Tiefergehendes wie NEWTONS Mondrechnung mit allen Formeln sehr wohl verstanden zu haben: ist das nicht Barbarei des Wissens, Zerspaltung der Person in eine wissende, aber tote Hälfte und eine geheime, gläubige, kindliche, lebendigere Hälfte, von der anderen gewaltsam geschieden?

3. Im folgenden sollen die Vorstufen deutlich gemacht werden, auf denen die innere Fühlungnahme mit dem Gegenstand des Nachdenkens und Rechnens, hier dem Mond, sich entfalten, auf denen die Pflanze erst wachsen muss, ehe sie blühen kann. Wir wollen keine Papierblumen.

   Zugleich soll es ein Vorschlag sein, wie auch ohne die Einordnung in den systematischen Aufbau der Mechanik ein *Einstieg* in die mathematisch-naturwissenschaftliche Denkweise vollzogen werden könnte; in der Abschlussklasse der Hauptschule, in Arbeitsgemeinschaften, in der Erwachsenenbildung, in einem „aufgelockerten“ Gymnasium.

4. Hören wir über die Frage, was der Mond sei, die Stimmen einiger früher griechischer Denker[3]:

| | |
|---|---|
| Xenophanes: | „Selene sei… verdichtete Wolke“. |
| Heraklit: | „Sonne und Mond seien nachenförmig. - - |
| | … der monatliche Gestaltwechsel des Mondes (entstehe), wenn der Nachen sich nur ein wenig drehe.“ |
| Parmenides: | „… und das umwandernde Wirken des rundäugigen Mondes sollst du erfahren, sowie sein Wesen…“ |
| | (Der Mond:) „ein nachtleuchtendes, um die Erde irrendes Licht.. *immer spähend nach den Strahlen der Sonne.*“ |
| Anaxagoras: | „*Die Sonne bringt auf dem Monde den Glanz hervor.*“ |
| Platon (über Anaxagoras): | „Er erklärte … den Mond für Erde.“ |

Diese Zeugnisse nennen uns wahrscheinlich die Stufen, auf denen das menschliche Denken emporstieg zu der Erkenntnis, der Mond sei eine von der Sonne beleuchtete dunkle Steinkugel. Ihr tastendes Vorstoßen lässt aber auch bemerken, wie schwer diese Einsicht zu gewinnen ist; dass es gar nicht so „ohne weiteres zu sehen“ ist. (Eine Viereinhalbjährige sagte einmal angesichts der Mondsichel: „Der Mond hat sich mit dem Himmel zugedeckt“.) Hat man aber

[3] Vorsokratische Denker; Auswahl von Walther Kranz; Weidmannsche Verlagsbuchhandlung, Berlin] 1939. Seiten: 45, 61, 75, 76, 133. – Antike Astronomie, herausgegeben von Heinrich Balss; Ernst Heimeran, München 1949, S. 29 – (*Hervorhebungen* hinzugefügt) – Xenophanes starb etwa 480, Anaxagoras 428 vor Christus.

einmal das „Spähen nach den Strahlen der Sonne“ gefunden (exakt gesprochen: dass das auf der Verbindungssehne der beiden Spitzen der Mondsichel errichtete Mittellot immer auf die Sonne zielt) und hat man einmal die ungeheure Möglichkeit zu denken gewagt, dass der Mond ein „Ding“ sei, eine Kugel, gemacht aus „Erde“, so kann angesichts des Abendhimmels von Abb. 1 das Entscheidende geschehen: die Himmelsglocke bricht zusammen, der Mond schwebt „vorn“ und die Sonne sinkt in einen tiefen Abgrund in den Raum zurück, wobei sie sich zu furchtbarer Größe aufbläht. Dies kann das Erlebnis eines Augenblicks sein. Es kann niemals „gelernt“ werden. Jeder muss es einmal vor dem Himmel als eine Erschütterung erfahren, wenn er wirklich *aufnehmen* will, was er „weiß“.

5. Zergliedert, lässt dieser Prozess folgende Stufen erkennen: Aus der letzten Abbildung (1) folgt:

5.1. Der Mond ist eine dunkle, von der Sonne beleuchtete Kugel.

5.2. Er steht uns viel näher als die Sonne (Für das Bild: die Sonne steht rechts, unten, *hinten*).

5.3. Die Sonne ist in Wirklichkeit viel größer als der Mond, denn sie sieht am Himmel ebenso groß aus.

5.4. Fühlt man sich in die Räumlichkeit des Anblicks von Abb.1 ein, so bekommt man eine Vorstellung davon, wie weit die Sonne im Verhältnis zum Mond entfernt stehen muss: *je* weiter, *desto* schmaler die Sichel. So weit also, dass die beleuchtete Hälfte der Mondkugel (die von uns fast ganz abgewendet und vom Monde selbst verdeckt ist, die in unserer Vorstellung aber in ihrer vollen Ausdehnung leben muss), dass diese helle Hälfte gerade so weit um die Ecke lugt und glänzt, wie sie es eben tut. Man müsste den Winkelabstand Sonne-Mond an der Himmelskugel messen, ebenso die Breite der Sichel, und könnte dann gewiss mit etwas Mathematik (das spürt selbst der Laie) herausfinden, *wie viel* mal tiefer als der Mond die Sonne in den Raum versenkt ist. Man *sieht* schon: viel viel tiefer![4]

5.5. Aber es gibt *eine* Stellung Sonne-Mond, bei welcher diese Rechnung ganz besonders leicht fällt, und es war Aristarch, um 264 vor Chr., der das bemerkt hat: das sogenannte erste Viertel. Einstweilen, in Abb. 1, sind wir noch nicht so weit. Aber verfolgen wir langsam weiter, Tag für Tag und immer bei Sonnenuntergang. Warum wird die Sichel breiter? Weil der Mond im Kreise geht. Seine helle Hälfte kommt immer mehr heraus. Nach 2 Wochen ist er halb herumgelaufen, er steht nun der Sonne gegenüber. Wir sind nun zwischen beiden. Die Sonne scheint ihm „mitten ins Gesicht“. Auch das ist im Freien leicht einzusehen. Aber die Zwischengestalten des Mondes, um das erste Viertel herum, machen dort der räumlichen Vorstellung größere Schwierigkeiten, weil man die Himmelskuppel nicht vergessen, nicht endgültig opfern will. Immer wieder sieht man die geschlossene Himmelsglocke, immer wieder vergisst man, was man doch bei dem Anblick der Abb. 1 auch im Freien schon eingesehen hatte: die Sonne strahlt aus großer Tiefe! So betrachte man auch das erste Viertel: Man sieht nun die helle Halbkugel zur Hälfte; sie „späht nach den Strahlen der Sonne“, sie zeigt uns deutlich in den Raum hinein (aber nicht an der Kuppel entlang!) die Richtung, in welcher wir die Sonne tief im Raum zu suchen haben. Immer wieder erleiden wir Rückfälle und sehen sie als goldne Scheibe an der Kuppel gehen, bei ihrem Untergang gleich hinter dem Horizont. Es kann keinem abgenommen werden, diese Schätzung

[4] Zur Mondsichel und Aristarch findet man Weiteres in meinem Buch „Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken“, Bd. II (1970), S. 76-80.

selber vor dem Himmel zu versuchen und sich in den Raum hineinzufühlen: so fern ist die Sonne!

5.6. Es genügt durchaus nicht, dies auf dem Papier zu verstehen. Man versteht es dann nur zum Schein, nur am Modell, nicht an der Wirklichkeit.

Aber es ist nützlich, es sich aufzuzeichnen:


Abbildung 2

oder, den wirklichen Abstands- Verhältnissen etwas besser entsprechend:


Abbildung 3

Die punktierte Linie bedeutet die Himmelskugel, die wir uns einbilden. Bei S', meinen wir, stehe die Sonne. Und das Lichtbündel SM, das den Mond M anleuchtet, das verlegen wir fälschlich auf die Himmelskugel als einen gekrümmten Weg S'M. Wir sehen es so, als schickte die Sonne ihr Licht längs der Kugel zum Mond.

5.7. Nun erst dürfen wir an der Zeichnung weiter denken (und müssen jeden Schritt in die Wirklichkeit übertragen), und das ist der Gedanke Aristarchs: Wir messen am Himmel den Winkel zwischen Sonne und Mond beim ersten Viertel, den Winkel SEM also im Bild. Der Schüler sollte ihn im Freien schätzen und mit einfachem Gerät messen, um zu bewerten, was es heißt, dass Aristarch ihn zu „$^{1}/_{30}$ des Viertelkreises weniger als ein Viertelkreis“[5] fand (das sind also $^{29}/_{30}$ mal 90° = 87°), während wir heute imstande sind, für 89° 51' einzustehen. Es bedarf keiner Trigonometrie, (die ja nur eine tabellierte Ähnlichkeitslehre ist), um nun weiter zu kommen. Wir zeichnen uns das rechtwinklige Dreieck SEM auf ein langes Papier mit dem Winkel von 89° 51', so gut es geht, und finden der Größenordnung nach begreiflich, was die Bücher sagen: 400 mal ist die Sonne weiter entfernt als der Mond!

5.8. Wie weit aber ist der *Mond* entfernt?[6] Schätzen wir einmal! Wo sind da „Anhaltspunkte“? Ist er vielleicht nur eine Art Bogenlampe in 100 m Höhe? Nein, das müssten wir merken, wenn wir uns schnell auf der Erde fortbewegten. Er würde, führe man fort von ihm, schnell zum Horizont absinken, genau wie der Kirchturm kleiner wird, den man hinter sich lässt, so dass der Hahn auf seiner Spitze immer niedriger erscheint. Tun wir es, so merken wir schon: Der Mond ist sehr

---

[5] Nach Tropfke; Geschichte der Elementar-Mathematik, Leipzig 1902, Bd. I, S. 23.

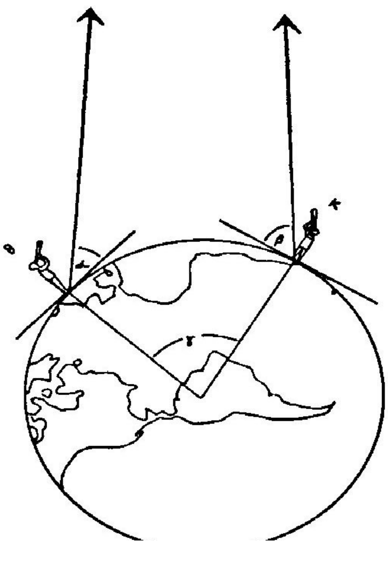
[6] Erweiterte Darstellung in „Die pädagogische Dimension der Physik“, 3. Aufl., S. 250-254.

hoch, er „geht mit“. Aber vielleicht müsste man sehr weit verreisen?

Tun wir es gleich gründlich, von Berlin bis Kapstadt. Damit uns in der Reisezeit der Mond nicht davonläuft, stellen wir lieber zwei Beobachter an, einen in Berlin, einen in Kapstadt, mit gleichgehenden Uhren, die nun den Mond beobachten im gleichen Augenblick. Sie messen, jeder, wie hoch er ihn über seinem Horizont sieht. Nun sind diese Horizonte aber nicht gleichgerichtet, die Erde ist gekrümmt. Jeder von den beiden Männern glaubt, „oben“ zu stehen, und jeder sieht die Erde als eine ebene Scheibe. Nun sehen beide Beobachter nach dem Mond. Sie wählen den Augenblick, wo er, von Berlin aus gesehen, gerade im Süden steht. Dann sieht ihn Kapstadt, das fast genau südlich von Berlin liegt und deshalb gewählt wurde, im Norden. (Zwischen Berlin und Kapstadt gibt es einen Ort, dort steht er gerade senkrecht über dem Kopf des Beobachters.) Nun misst Berlin, wie hoch es den Mond über seinem südlichen, und Kapstadt, wie hoch es den selben Mond über seinem nördlichen Horizont sieht, B misst also $\alpha$ und K misst $\beta$.

Natürlich muss man wissen, wie weit K von B entfernt ist, um wie viel also sich der Horizont verdreht hat. Das wissen wir, der Atlas sagt es uns, der Winkel $\gamma$ beträgt 86 ½°.

Legen wir eine historische Messung zugrunde:[7] die vom 23. Februar 1752: Lalande in Berlin maß $\alpha$ = 57°55' und Lacaille am Kap $\beta$ = 34°17', (natürlich maßen sie die zugehörigen „Zenith-Distanzen“) so können wir uns wieder auf einem langen Streifen Papier das vorige Bild mit einem beliebigen Kreis als Erdkugel und mit den Winkeln aufzeichnen, und den Ort, wohin die Sehstrahlen zielen, richtig „anpeilen“. Es ist sehr nützlich, wenn das der Lernende selber macht, nachdem er vorher etwa die Höhe des Kirchturmhahnes nach demselben Verfahren gefunden hat. Versteht er auch Trigonometrie, so mag er zum Vergleich auch rechnen. An Verständnis wird dadurch nichts gewonnen. Dagegen ist es leider möglich., die Aufgabe nach der Zeichnung zu „verstehen“ und zu rechnen, ohne sich die reale Situation der beiden Beobachter unter dem wirklichen Himmel lebendig zu vergegenwärtigen. Sie wurde deshalb hier so breit dargestellt.



Das Ergebnis dieser Zeichnung: Man müsste dreißig Erdkugeln aufeinander setzen, wollte man einen Turm zum Monde bauen!

Abbildung 4

[7] H. C. E. Martus: Astronomische Erdkunde, 3. Aufl., Leipzig und Dresden 1904; S. 224. – (Zenithdistanz und Deklination wurden hier in „Höhe“ umgerechnet.)

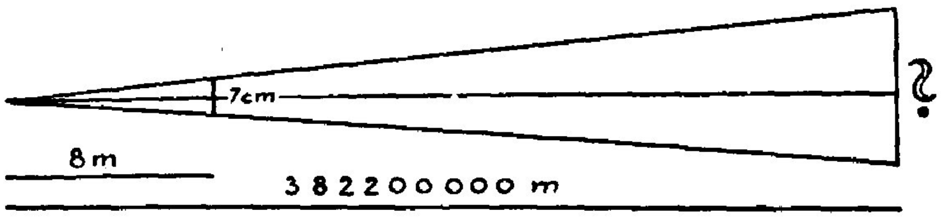



Abbildung 5

5.9. Damit ist eine Position gewonnen, von der aus sofort und leicht zwei neue Eroberungen zu machen sind: Wenn der Mond 30 Erdkugeln weit entfernt ist, so haben wir ein Gefühl, wie *groß* er in Wirklichkeit sein muss, um so groß zu erscheinen, wie wir ihn sehen. Lässt sich daraus eine Rechnung machen? Es genügt der sogenannte Strahlensatz und ein Teller, soweit vor das Auge gehalten, dass er den Mond gerade verdeckt, (Ist der Strahlensatz noch nicht bekannt, so schadet das nichts: im Gegenteil, wir haben hier eine lebendige Gelegenheit, ihn, wie alle Mathematik, aus der Praxis herauszuziehen.) Eine runde Schachtel von 7 cm Durchmesser leistet es in 8 m Abstand. So viel mal also der Mond (in seinem Abstand von 30 Erdkugeln oder 30·2·6 370 km = 382 200 000 m) weiter von uns entfernt ist als die Schachtel (in ihren 8 m), also 382 200 000:8 = 47 800 000 mal, ebenso viel mal ist er größer als sie (mit ihren 7 cm). Sein Durchmesser ist also 7·47 800 000 cm = 3 346 km. Um die Ungenauigkeit eines solchen Ergebnisses zum Bewusstsein zu bringen, ist es sehr zu raten, die Messung von mehreren Beobachtern und auch mit verschiedenen Kreisscheiben machen zu lassen und dann die Ergebnisse untereinander zu vergleichen. Für das Gedächtnis genügt es, dass der Mond (linear) etwa 4 mal kleiner als die Erde ist. Abstürzend würde er gerade Europa zermalmen können.

5.10. Der Sprung von der Schachtel zum Gestirn lässt sich auch für die Sonne tun. Schöner ist es und näherliegend, den seltsamen kosmischen Zufall auszunutzen, der uns Sonne und Mond gleich groß erscheinen lässt. Da die Sonne, nach ARISTARCHs Idee gemessen, 400 mal weiter entfernt ist als der Mond, so muss sie auch 400 mal größer sein als er, also rund hundertmal größer als die Erde, linear gemessen. – Dies nebenbei, denn unser Gegenstand ist der Mond.

5.11. Er ist nun in die Ordnung des Raumes aufgenommen. Aber noch ist der Raum, den er *selbst* umschließt, in unserer Vorstellung nicht mit Materie erfüllt, um ihn zum Ding zu machen, zum „Körper“, zu „Erde“. Es ist deshalb gut, jetzt einen Blick durchs Fernrohr tun zu lassen. Die Kugelform erschließt sich dann in vollkommener Weise, und das Auge erschrickt über das schwerelose Schweben eines Balles, dessen Gebirge das Material spüren lassen, das ihn ohne Zweifel bis ins Innerste ausfüllt: eine Felskugel.

5.12. Man weiß nicht, ob das Staunen über ihr Schweben gemindert wird, oder ob es noch wächst, wenn die Entdeckung hinzukommt, dass dieser Ball im *Fluge* ist, dass er sich bewegt. Auch dieses Wissen findet man fast immer nur als Buchgelehrsamkeit vor. Einige haben sich zwar mit eigenen Augen von dem täglichen Fortrücken des Mondes durch die Sternbilder überzeugt. Aber offenbar wirkt es auf viele nicht glaubhaft, dass dieses Wandern ein wahrhaftiges sein soll, wo doch das Drehen der ganzen Kuppel als Schein gelehrt und gelernt wird, und ebenso der noch viel weniger erlebte Jahreskreis der Sonne. Ehe dies beides also nicht von Kopf und Herz geschaut, verstanden und geglaubt ist – und dazu hat die Schule bisher fast nie die Zeit und den Sinn gehabt –, kann auch der Monatskreis des Mondes für den Schüler mit Recht nur als nicht ganz glaubwürdiges Gerücht gelten. Es muss also zuerst einiges vorausgegangen sein: sorgfältige Beweisführung für die Kugelgestalt und die Achsendrehung der Erde. Bedenkt man, dass ein Mann von dem wissenschaftlichen Format Tycho Brahes, 1589, und später der Jesuitenpater Riccioli mit 77 Einwänden gegen die Achsendrehung der Erde auftraten, die „fast alle darauf hinausliefen, dass fallende, schwebende und geworfene Körper bei bewegter Erde nach Westen zurückbleiben müssten“?[8] Dieser Einwand kommt von Kindern oft. (Wie viele Abiturienten sind ihm ernsthaft gewachsen?) Wenn vor 350 Jahren noch soviel dazu gehörte, sich überzeugen zu lassen, so werden wir es uns heute in der Schule nicht leicht machen dürfen. Als sei es nicht mehr nötig, unsere Kinder davon wirklich zu *überzeugen*! Gewiss bleibt es eine gesicherte Wahrheit, ob unsere Kinder es glauben und von neuem einsehen oder nicht. Aber die Frage ist eine ganz andere: ob wir ein Volk von Urteilsfähigen erziehen wollen. – Nehmen wir also an (es soll in unsere Betrachtung nicht aufgenommen werden), die Achsendrehung der Erde[9] und auch ihr Rundlauf um die Sonne seien in ehrlicher, viele Stunden währender Arbeit Überzeugung geworden, so wird auch der monatliche Umlauf des Mondes als echt anerkannt werden. Denn da die Erde um die Sonne läuft, so kann sie nicht zugleich den Mond umkreisen; es muss wirklich so sein, wie es aussieht; er umfährt die Erde in einem Monat.

5.13. Von neuem sind wir jetzt in Gefahr, zurückzufallen in die kindliche Anschauung und den Mond wie den Zeiger einer Monatsuhr wieder auf der Kuppel gleiten zu sehen. Nachdem wir aber seine räumlich-materielle Existenz haben zugestehen müssen, wird sein stilles Wandern durch die Marksteine der Sternbilder zu einem rasenden Dahinstürmen von schwer vorstellbarer Wucht. Wir haben alles in der Hand, um die Schnelligkeit dieses Rennens auszurechnen: Im Abstand von 30 Erdkugeln, also $30 \cdot 2 \cdot 6370$ km ist die Kreisbahn $2 \cdot \pi \cdot 60 \cdot 6370$ km lang. Er braucht dazu rund 30 Tage. Damit kommen auf den Tag $4 \cdot \pi$ 6370 km, auf die Sekunde also $(4 \cdot \pi \cdot 6370)$: $(24 \cdot 60 \cdot 60)$ oder abgerundet $(4 \cdot 3 \cdot 6000)$: $(24 \cdot 3000)$ km; das ist ungefähr gerade I km in der Sekunde!

5.14. Was führt ihn auf dieser Bahn? Man braucht keine tiefgehende Kenntnis des Trägheitsgesetzes zu besitzen, und man braucht die Zentrifugalformel nicht zu kennen: jedes Kind spürt, dass diese Felskugel, soweit es an ihr liegt, nur geradeaus stürmen will. Jeder Knabe fühlte sein Staunen beruhigt, wenn er ein gespanntes Seil zum Monde führen sähe, das ihn hielte. Er spürte, dass dieses Seil einem riesigen Zug standhalten müsste, um die ungeheure Schleuder in die Kurve zu lenken; wenn es auch mindernd ins Gewicht fällt, dass dieser Kreis bei seinem riesigen Radius ja nur sehr schwach gekrümmt sein kann, sich also nur sehr allmählich von der tangentialen Trägheitsbahn entfernt.

5.15. Schon längst haben wir mit solchen Gedanken den Denkkreis des Mittelalters, auch den des

[8] Vgl.: W. Brunner: Dreht sich die Erde?; Bd. 17 der „Mathematischen Bibliothek“; Teubner, Leipzig und Berlin 1915; S. 10. -Ferner: W. Trittelvitz: Fallversuche zum Nachweis der Erddrehung, Praxis d. Naturwiss. 11/1965, S. 298.

[9] Näheres in „Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken“, Bd. II, S. 44-47.

KOPERNIKUS, überschritten. Die Gestirne gehörten für den mittelalterlichen Menschen nicht der irdischen Sphäre an, und ein undenkbarer Eingriff wäre es gewesen, etwa ein solches Seil zu ihnen hin sich vorzustellen. Denn außerirdische, unserer Menschenwelt ferne Mächte, glaubte man, bestimmten ihre Bahnen. Das neue Denken, das die Gestirne in die irdischen Gesetze einbezog, von KEPLER und GALILEI vorbereitet, wurde von NEWTON zu seinem großen Sieg geführt. Er erkannte als das geheimnisvolle unkörperliche Band, das zur Lenkung des Mondes nötig schien, ein Altbekanntes: die Schwerkraft. Er hatte den Mut, sie bis in Mondesferne reichen zu lassen.

Es gibt eine Notiz von ihm über die wohl schöpferischste Zeit seines Lebens. Er war dreiundzwanzig Jahre alt, als er in einen Ideensturz von Einfallen geriet: „Zu Beginn des Jahres 1665 fand ich die Methode, um Reihen zu approximieren, und die Regel, jede Potenz irgend eines Binoms auf eine derartige Reihe zu reduzieren. Im Mai desselben Jahres fand ich die Methode der Tangenten … und im November hatte ich die Differentialrechnung, und im Januar des nächsten Jahres hatte ich die Farbtheorie, und im Mai darauf hatte ich Zugang zur Integralrechnung, und im selben Jahr (1666) begann ich zu denken, dass die Schwerkraft sich auf den Mond erstrecke,…; dabei verglich ich die Kraft, die erforderlich ist, um den Mond in seiner Bahn zu halten, mit der Schwerkraft an der Oberfläche der Erde und fand, dass sie ziemlich genau passten. Alles das war in den Pestjahren 1665 und 1666, denn damals war ich in der ersten Blüte des Alters, in dem ich Erfindungen machte, und beschäftigte mich mit Mathematik und Philosophie mehr als zu irgendeiner anderen Zeit seither.“ (Entnommen einem Aufsatz im Juliheft 1967 der Zeitschrift „Archimedes“. )

Sein Gedankengang lässt sich, in vereinfachter Weise, dem Lernenden in zwei Stufen verständlich machen:

5.16. Die folgende Abbildung 6 ist eine nur durch einige Buchstaben ergänzte Wiedergabe einer Zeichnung NEWTONS aus seinen „Mathematischen Prinzipien der Naturlehre“[10]. Vom Gipfel V eines hohen, weit über die Lufthülle ragenden Berges denkt er sich Steine geworfen, alle horizontal, immer stärker. D, E, F, G bezeichnen ihre Aufschlagsorte. (Man bedenke bei Abb. 6: Es ist nicht nötig, dass der Berg V im Buch „oben“ liegt. Legt man das Buch so vor sich auf den Tisch, dass man V links hat, oder auch „unten“ oder sonst wo: es ändert sich gar nichts. Jeder Berg „fühlt“ sich „oben“.) Immer weiter kommen sie, immer mehr aber auch krümmt sich die Erde hinweg unter ihrer Wurfbahn. Bis einmal, bei einer ganz bestimmten Geschwindigkeit, der besondere „Fall“ (und Wurf) erreicht ist, dass der Stein die Erde nicht mehr erreichen kann, obwohl er es ja ständig versucht. Die Bahnkrümmung ist gleich der Erdkrümmung geworden. Der Stein fällt um die Erde herum, und zwar in Ewigkeit. Denn ist er einmal um die Kreisbahn halb oder ein Viertel herumgekommen, ohne sich der Erde zu nähern, so ist er so weit wie am Anfang, sein Flug beginnt immer von neuem, überall könnte man ihm Berge unterstellen, wie der erste einer war. Auf diese Weise zeigt NEWTON, wie aus dem uns allen vertrauten Werfen das unbegreiflich scheinende Kreisen werden kann. Vorsichtig, und wie auf Stufen – werfen, stärker werfen – aus dem Alltäglichen ins Befremdende, aus dem Irdischen ins Kosmische, aus dem Erlebnis heraus

---

[10] Sir Isaac NEWTONS Mathematische Prinzipien der Naturlehre; herausgegeben von Ph. Wolters, Berlin 1872; S. 515. -Neudruck: Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt 1963. (Das Originalwerk erschien 1686: „Philosophiae naturalis principia mathematica“.) - Hinzugefügt sind H, I, K, L, M, und die punktierten Strecken VH und HM.

zur Bildung einer Idee. So gewinnt ein jeder das Zutrauen: Der Stein muss kreisen können[11].

So wird es glaubhaft, dass auch der Mond, da er kreist, ein von Urkräften und zu Urzeiten geworfener und um die Erde herum fallender schwerer Körper sei!

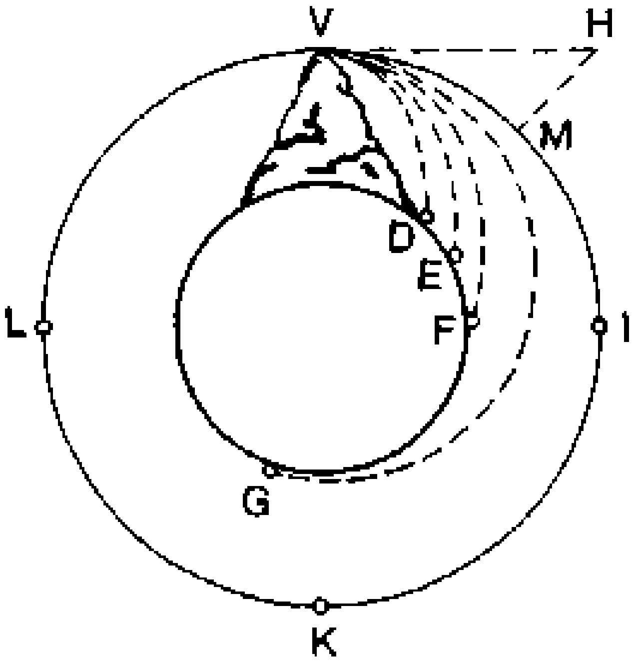



Abbildung 6

Dabei ist es unbedingt notwendig, dass der Begreifende sich darüber klar wird: fällt der Mond, oder fällt er gerade nicht? Er fällt insofern nicht, als er nicht näher kommt. Aber wir greifen tiefer, wenn wir sagen, er falle doch. Denn ohne die Schwerkraft drängte er ja geradeaus. Es lässt sich genau sagen, für jede Zeitspanne, wie weit er gefallen ist: von der Tangente auf den Kreis; in der Zeit, zum Beispiel, in welcher er von V nach M geführt wird, ist er von H nach M gefallen (ohne allerdings je in H gewesen zu sein; trotzdem ist er um HM gefallen). Ein ständiger Kampf zwischen der ihm eigenen, geradeaus drängenden Trägheit und der in ihn eingreifenden Zugkraft der Erde ermöglicht ihm seine Bahn. Man könnte auch sagen: ein ewiges Einvernehmen, eine ungestörte Harmonie (quantitativ festgelegt in der Proportionalität von schwerer und träger Masse); dieselbe Harmonie, die aus der Gestalt des Brunnenstrahles zu uns spricht. *Ein* Gesetz umschließt den Brunnen und den Mond.

5.17. Eins müssen wir dabei voraussetzen: Stein wie Mond müssen außerhalb der bremsenden Luftschicht fliegen. Das ist in einer Entfernung von 30 Erdkugeln gewiss der Fall. Und wäre es nicht, so müsste der Mond im Lauf der Jahrtausende gebremst werden und abstürzend und größer werdend näherkommen. Da er das nicht tut, stützen sich unsere Gedanken gegenseitig.

Aber reicht die Schwerkraft so weit?

---

[11] (Zusatz 1975) Damit hat NEWTON das Prinzip des künstlichen Satelliten ausgesprochen. Wer ihn verstanden hat (und dazu gehört, wie man auf den nächsten Seiten bemerken wird, nicht viel an Vorkenntnissen), der wird nicht mehr fragen: Wie kann der künstliche Satellit sich jahrelang ohne Energiezufuhr in Bewegung halten? Wie wird er in die Kurve gelenkt? (Wer sitzt am Steuer?) Gibt es nicht einen Punkt zwischen Erde und Mond, wo die Anziehungskraft der Erde aufhört und die des Mondes anfängt?

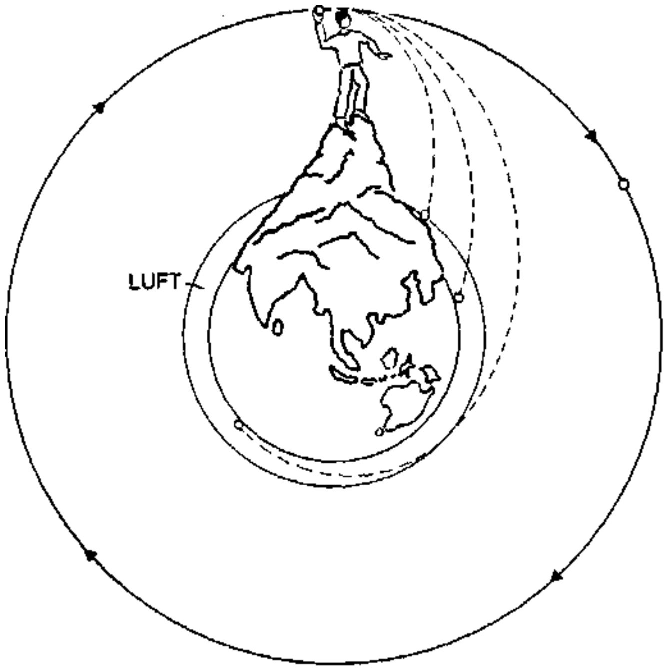



Abbildung 7
(nach der Zeichnung eines Sechzehnjährigen)

Dieser besondere Zweifel lässt sich heben zusammen mit einem allgemeineren: durch die NEWTONsche Vorstellung ist zwar möglich gemacht, dass es so sein *könne*. Aber ist es wirklich so? Es *kann* die Schwerkraft sein; *ist* sie es?

Fast stehen wir damit vor einer kriminalistischen Situation, für Knaben ein aufmunternder Vergleich! Sie könnte es gewesen sein. Aber war sie es wirklich? Es fehlen die Fingerabdrücke.

Könnte es nicht irgend eine andere, unbekannte Kraft sein, eine „magnetische" vielleicht, oder doch ein irgendwo verborgenes Seil?

Gibt es ein untrügliches Kennzeichen, durch welches sich die Schwerkraft legitimiert?

Hier überschreiten wir eine Grenze. Wir *müssen messen*. Wir betreten den Bereich der „exakten" Wissenschaft. Nur die *Zahl* gibt der Physik die letzte Gewissheit.

Welche Zahl kennzeichnet die Schwerkraft? Die Dinge sind verschieden schwer, aber in *Einem* stimmen sie überein: sie fallen, wenn man sie wirklich *nur* der Schwerkraft überlässt, alle gleich schnell. *Welche* Fallstrecke wir nun wählen, um diesen Tatbestand zu kennzeichnen und festzuhalten (etwa dem Bewohner eines anderen Gestirnes gegenüber), das ist uns freigestellt: ob nach einer Sekunde gemessen oder nach etwa zwei.

Wir wählen als Erkennungszeichen der Schwere, dass die Falltiefe für die erste Sekunde knapp fünf Meter ist, und zwar für *alle* Dinge, sozusagen ohne Ansehen der Person.

Damit stehen wir vor dem Gedanken: Könnten wir dem Mond nachweisen, dass er in einer Sekunde (bei ihm ist jede die erste!) gerade 5 Meter fällt (genauer: 4.905 m), so wäre die Täterschaft der Schwerkraft erwiesen.

5.18. Wir haben es ausgesprochen, in welchem Sinne und um welche Strecke der Mond in einer gewissen Zeitspanne (die wir uns wählen können) fällt (Abschnitt 5.17). Wollen wir nun wissen, um wie viel er in einer *Sekunde* sinkt, so brauchen wir nur zu bestimmen, um welches Stück er sich in einer Sekunde von der Tangente entfernt. Es kommt uns dabei zustatten, dass wir den Weg schon berechnet haben (Abschnitt 5.14), den er in einer Sekunde durchläuft: 1 km.

Wir haben also folgendes Bild (Abb. 8, in dem der Winkel bei E, der Deutlichkeit zuliebe, für eine Sekunde viel zu groß gezeichnet ist; was aber an der Richtigkeit der folgenden Überlegung nichts ändert):

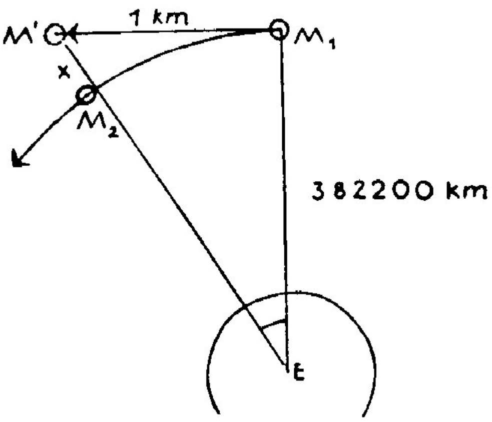



Abbildung 8

Der Mond läuft in einer Sekunde den Bogen von $M_1$ nach $M_2$, einen Kilometer weit[12]. Ohne Schwerkraft, sich selbst überlassen, liefe er seinen Kilometer gerade aus, von $M_1$ nach M'. Die Strecke $M_1$ $M_2$ ist also gleich der Bogenlänge $M_1$ $M_2$ und gleich 1 km gemacht. $M_2$ liegt also nicht genau auf der Strecke EM'. Aber für kleine *Winkel* (und der Winkel bei E ist ja für die betrachtete eine Zeit-Sekunde winzig klein) liegt $M_2$ sehr nahe bei der geraden Verbindungslinie von E nach M'. Der Fehler, den wir machen, wenn wir im Folgenden so tun, als läge $M_2$ auf EM', ist also, wie man *sieht*, sehr gering, verglichen mit der Strecke x, die wir nun abschätzen wollen: Es bedarf dazu keiner Vorkenntnis des Rechnens mit allgemeinen Zahlen, der Gleichungen oder des Wurzelziehens. Es genügt der Satz des Pythagoras. (Zur Einsicht in seine allgemeine Gültigkeit braucht man nur den Satz von der Winkelsumme im Dreieck, wenn man einen möglichst einfachen Pythagoras-Beweis wählt[13].) Die folgende Betrachtung ist also auch für die letzten Jahre der Hauptschule verständlich. - Abb. 9: Der Satz des Pythagoras sagt in unserem Falle: Das größte der drei Quadrate ist um das kleinste (punktierte, von nur 1 km² Fläche) größer als das zweitgrößte. Und da dieses noch einmal da ist, nämlich eingeschlossen in das größte, so verteilt sich dessen Überschuss (von 1 km²) auf die drei, ebenfalls punktierten, Flächen: ein kleines Quadrat von der Fläche x·x km², und zwei miteinander kongruente, sehr schmale, aber äußerst lange Rechtecke. Das über der Seite x stehende Quadrat ist wegen der Kleinheit von x ebenfalls fast ein Nichts, verglichen mit diesen Rechtecken. Sie geben also zusammen rund

---

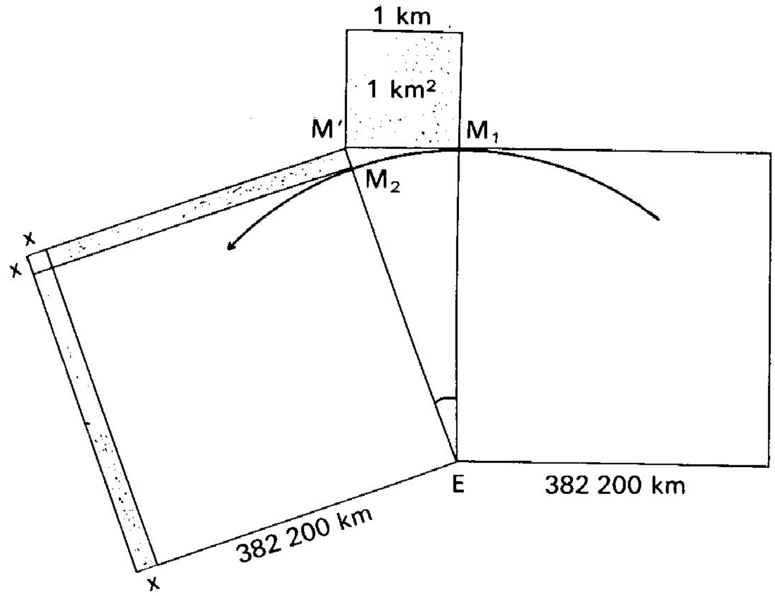
[12] Die Rechnung ist grob abschätzend, denn sowohl die Mondgeschwindigkeit (1 km/sec) wie auch der Erdradius (6370 km) und die Mondentfernung (60·6370 km) können durch genauere Werte ersetzt werden. Doch ändert das wenig am Ergebnis. Man versteht das, wenn man bedenkt, *was* man ausrechnet: nämlich die Abweichung der Tangente vom Kreis längs eines Kilometers, und zwar von einem so riesigen Kreis.

[13] Etwa der Beweis von Annairizi. Näheres auf S. 405 meines Buches „Ursprüngliches Verstehen und exaktes Denken“, Klett, Stuttgart 1965, 2. Aufl. 1970. - Noch einfacher in „Verstehen lehren“, Beltz, Weinheim, 5, Aufl.

einen Quadratkilometer, eines also einen halben. Die Fläche eines dieser Rechtecke ist das Produkt aus x und dem Abstand des Mondes (382 200 km).

x ist also rund 0,5 km²: 382 200 km ≈ 0,00 001 31km = 1,31 mm!

Abbildung 9




Nimmt man aus astronomischen Tabellen genauere Werte, nämlich für die mittlere Mondentfernung 384 394 km und für seine mittlere Geschwindigkeit 1,023 km/sec, so ergibt sich für x als genauerer Wert 1,023 ·1,023 · 0,5 km²: 384 394 km ≈ 1.35 mm.

So riesig ist die Bahn, so wenig also gekrümmt, dass der Mond, in einer Sekunde einen Kilometer durchstürmend, sich nur um einen guten Millimeter von seiner Tangente wegkurvt. Er hat sie noch lange neben sich (*in* sich) in greifbarer Nähe!

Aber das ist ja nicht eigentlich das, was uns bewegt. Wir hatten ja gehofft, das Stück x gleich 4,905 m oder wenigstens in der Nähe dieser Zahl zu finden. Unser Ergebnis ist weit davon entfernt.

5.19. Die Enttäuschung ist groß in einer Arbeitsgruppe, wenn sie so weit gekommen ist. Also doch nicht die Schwerkraft? Gut, dass wir so vorsichtig waren, zu rechnen!

Umso befreiender und überzeugender, wahrhaft erleuchtend, wirkt die Lösung: Gerade dieses Nicht-Stimmen verwandelt sich zum doppelt schlagenden Argument: *darf* es denn wirklich 5 m geben? War Newton wohl wirklich so kindlich, das zu erwarten? Hier bei *uns* auf der Erdoberfläche ist diese Zahl 5 das Kennzeichen, das Maß der Schwere. Sollte sie in diesen Fernen, in denen der Mond sich aufhält, nicht abgeschwächt sein?

Damit wird es zwar bestätigt, dass die Zahl 1,35 mm wenigstens *kleiner* als 5 m herauskommt. Aber das ist nicht Beweis genug.

Können wir denn nicht eine vernünftige Vermutung hegen, auf den wievielten *Teil* die Schwere sich bis in die Mondes-Ferne verdünnt haben könnte?

Das ist nun gar nicht schwer, wenn wir einmal versuchsweise annehmen, die Schwere verbreite sich genau wie das Licht, wie der Schall, wie alles geradlinig in den Raum hinaus sich Abschwächende, sich gleichmäßig nach allen Richtungen Verteilende. So dass es, nach dieser Figur und nach dem Strahlensatz, in der 2fachen Entfernung auf den 4. Teil, in der 3fachen auf den neunten, und – wir wenden uns sofort zum Mond, der 60 mal weiter vom. Erdmittelpunkt absteht als *wir* hier – in der 60fachen Entfernung auf den 60·60 = 3600. Teil zurückgehen müsste.

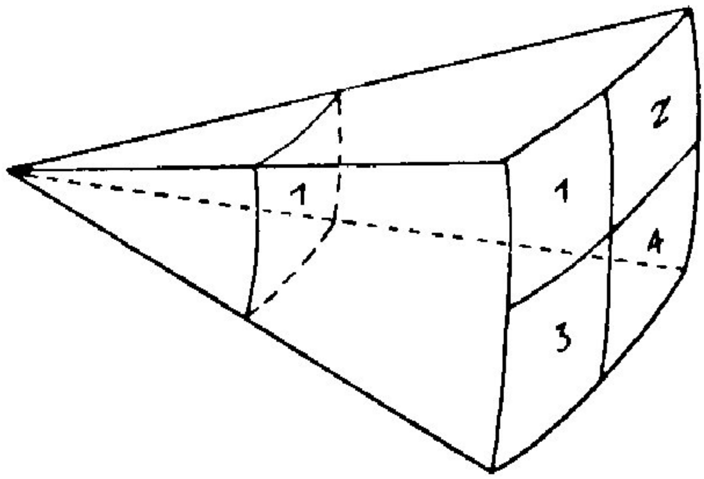



Abbildung 10

Und das *tut* sie! Denn 1,35 mm =0,00135 m ist zwar nicht 4,905 m, aber, wie man sich leicht überzeugen kann, recht genau sein 3600er Teil!

5.20. *Das kann kein* Zufall sein. Und damit haben wir zwei Ergebnisse mit einem Schlage gefunden:

5.20.1.Es *ist* die Schwerkraft. Genau gesagt, mit NEWTONS eigenen Worten: „*Jene Kraft, welche den Mond von der geradlinigen Bewegung abzieht, ist mit der irdischen Schwerkraft identisch*."

5.20.2.Diese Schwerkraft reicht bis zum Mond, ja sie reicht ohne Ende weiter. Aber sie verdünnt sich nach dem quadratischen Gesetz: In der n-fachen Entfernung ist sie auf den n·n. Teil abgesunken; ein Hinweis darauf, dass sie sich in geraden Linien verläuft.

5.21. Man darf Newton nicht ohne seinen großen (vielleicht größeren – da er mehr kämpfen musste –) Wegbereiter KEPLER nennen:

„Mögen mir die Gelehrten verzeihen, dass ich von Körpern, die man mit Händen greifen kann, auf das Verhalten von Weltkörpern schließe… „ „... ich hab… erwiesen, dass zwischen Himmel und Erden viel eine größere Verwandtschaft sei, als Aristoteles… meinet, und (dass) sich sogar von unten hinauf argumentieren und folgern lasse."[14]

5. 22. Auf diese Weise kann der Lernende, so hoffen wir, einen Hauch der naturwissenschaftlichen Methode verspüren. Vielleicht nicht mehr als einen Hauch. Aber aus seiner Reaktion wird sich

[14] Nach Hans Schimank: Epochen der Naturforschung; München 1964

zeigen, ob seine geistigen Atmungsorgane nach einem Mehr verlangen. Ob er den Grad der Ungewissheit spürt, der hier noch anzugreifen wäre. Nach welchen Bestätigungen und Prüfungen ihn jetzt verlangt. Aber auch, wenn er nicht viel vom Forscher in sich hat, wenn seine Begabungen anderswo sich regen, so wird er doch aus einem einzigen solchen gründlich und langsam in freier und vertrauensvoller Aussprache gewonnenen Einblick mehr über die moderne Naturwissenschaft wissen, als nach der oberflächlichen und intellektuellen Rund- und Übersichtsreise, zu der der Vollständigkeitswahn unserer hastig sammelnden Zeit die Schulen bisher verurteilt hat.

5. 23. Vielleicht beanstandet man, dass ja hier gar kein klarer Kraftbegriff zugrunde liege und nicht einmal von „Beschleunigung“ die Rede sei. Wieso solle 5 m ohne weiteres ein Maß der Kraft sein, ohne die Kenntnis des $s = \frac{1}{2}gt^2$ und des Satzes „Kraft = Masse mal Beschleunigung“?

Tatsächlich scheint mir dies alles nicht notwendig., um den einzelnen Einblick (mehr ist nicht gemeint) frei zu geben, der erreicht werden soll. Die Größe 5 m, der Fallweg der ersten Sekunde, ist eine für das irdische Schwerefeld charakteristische Konstante.

Es wäre unnötige Gelehrsamkeit, statt dessen von $g = 981\ \mathrm{cm \cdot sec^{-2}}$ zu sprechen. Dieser Fallweg wird in 60facher Entfernung auf den 3600. Teil verkleinert festgestellt. Damit ist außer Zweifel, dass eine die Schwerkraft kennzeichnende, mit einem beliebigen Probekörper zu messende Feldgröße mit dem. Quadrat der Entfernung abnimmt und also, mit dieser Korrektur, in der Entfernung des Mondes ein *Gleiches wiederkehrt*.

Dass in der Rechnung zu Fig. 9 nicht „sauber“ im Sinne der Infinitesimalrechnung verfahren werden kann, ist klar und kein wissenschaftlicher Mangel, sondern eine methodische Chance: wir können hier schon dem Fünfzehnjährigen andeuten, nicht: wie Infinitesimalrechnung vorgeht, aber: was sie kann: sie kann das unmöglich Erscheinende, diese Rechnung genau machen. Er wird nämlich einsehen: je kleiner die Zeitspanne, je kleiner auch das Stück $M_1M'$, desto kleiner wird der kleine Fehler, der daher kommt, dass wir so tun, als läge $M_2$ auf EM’. Genau zu rechnen aber erscheint unmöglich, da uns dann die Figur auch unter dem stärksten Mikroskop entschwinden muss. Eben dies leistet die Kunst der Infinitesimalrechnung.

5.24. Es sollte gezeigt werden:

5.24.1. Wie es mit einem sehr geringen Bestand an mathematischem Wissen (Strahlensatz, Pythagoras) und anderen physikalischen Kenntnissen (Fallgesetz) möglich erscheint, einen Einblick in die mathematisch-naturwissenschaftliche *Methode* zu geben an einem Beispiel, das in der abendländischen Geistesgeschichte Epoche gemacht hat.

5.24.2. Dass ein solcher Einblick nur Leben und Tiefe gewinnt (und dann auch behält), wenn man auf eine sorgsame *Grundlegung* acht hat *aller* Vorstellungen und Begriffe, die darin vorkommen, derart, dass sie in unmittelbarer Verbindung bleiben mit dem in der Natur Erlebten.

5.24.3. Dass eine weniger bescheidene Einführung in das System der Newtonschen Mechanik (die etwa die Newtonschen Prinzipien, die Gleichung Kraft = Masse mal Beschleunigung, die Zentripetalformel und die Grundbegriffe der Infinitesimalrechnung umfasste) damit dieser erlebnishaften Fundamentierung *nicht* enthoben ist.